

# Architecture des ordinateurs et systèmes d'exploitation

## Corrigé du TP 3: Algèbre de BOOLE

Arnaud Giersch

Benoît Meister

Nicolas Passat

1. Écrire un programme C affichant la table de vérité d'une expression booléenne à 3 variables (A, B et C).

### Correction :

```
#include <stdio .h>

#define P1(a, b, c)((! a && !b && c) || (! a && b && !c) || ( a && !b && !c) \
    || ( a && !b && c) || ( a && b && !c))

#define P2(a, b, c)(( a && !b ) || ( b && !c ) || (! b && c))

#define STR0(x)#x
#define STR(x) STR0(x)

int p1 (int a, int b, int c) { return P1 (a, b, c); }
int p2 (int a, int b, int c) { return P2 (a, b, c); }

int main (void)
{
    int a, b, c;

    printf ("p1 = %s\n", STR (P1 (A, B, C)));
    printf ("p2 = %s\n", STR (P2 (A, B, C)));
    printf ("\n");
    printf ("+++++\n");
    printf ("| A | B | C | p1 | p2 |\n");
    printf ("+++++\n");
    for (a = 0; a <= 1; a++)
        for (b = 0; b <= 1; b++)
            for (c = 0; c <= 1; c++)
                printf ("| %d | %d | %d | %d | %d |\n",
                    a, b, c, p1 (a, b, c), p2 (a, b, c));
    printf ("+++++\n");

    return 0;
}
```

2. Vérifiez votre programme en montrant que :

$$\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} = A \cdot \bar{B} + B \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot C$$

### Correction :

```
p1 = ((!A && ! B && C) || (!A && B && ! C) || (A && ! B && ! C) ||
    (A && ! B && C) || (A && B && ! C))
p2 = ((A && ! B) || ( B && ! C) || (! B && C))
```

A	B	C	p1	p2
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0

### 3. Enquête

Un commerçant de Londres appela Scotland Yard pour signaler que sa boutique venait d'être cambriolée. Trois suspects A, B et C furent interpellés et on prouva que :

- (i) Seuls A, B et C étaient entrés dans la boutique.
- (ii) Si A était coupable, il n'avait pas plus d'un complice.
- (iii) Si B était innocent, C l'était aussi.
- (iv) Si il y avait exactement deux coupables, A était parmi ceux-là.
- (v) Si C était innocent, B l'était aussi.

Utilisez le programme précédent pour trouver le(s) coupable(s).

**Correction :** On cherche l'expression booléenne décrivant le problème. On note A si A est coupable,  $\bar{A}$  sinon. L'équation est :

$$\begin{aligned}
 & (A + B + C) && \text{hyp. (i)} \\
 & \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) && \text{hyp. (ii)} \\
 & \cdot (B + \bar{C}) && \text{hyp. (iii)} \\
 & \cdot \overline{(A \cdot B \cdot C)} && \text{hyp. (iv)} \\
 & \cdot (\bar{B} + C) && \text{hyp. (v)}
 \end{aligned}$$

On trouve ensuite grâce à la table de vérité que A est le seul coupable.

### 4. Résolvez le problème précédent grâce aux règles de l'algèbre de Boole. Vérifiez la solution trouvée.

**Correction :** En utilisant l'algèbre de Boole, on trouve :

$$\begin{aligned}
 & (A + B + C) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (B + \bar{C}) \cdot \overline{(A \cdot B \cdot C)} \cdot (\bar{B} + C) \\
 & = (A + B + C) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (B + \bar{C}) \cdot (A + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (\bar{B} + C) \\
 & = (A + B + C) \cdot (\bar{B} + \bar{C}) \cdot (B + \bar{C}) \cdot (\bar{B} + C) \\
 & = (A + B + C) \cdot \bar{C} \cdot (\bar{B} + C) \\
 & = (A + B + C) \cdot \bar{C} \cdot \bar{B} \\
 & = A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}
 \end{aligned}$$

On trouve bien que A est le seul coupable.